Die Schere zwischen arm und reich

Drei Anmerkungen zum Gini-Koeffizienten

Von Rudolf Taschner, Wiener Wirtschaftskreis, 15. März 2022

„Messen, was messbar ist, und messbar machen, was es noch nicht ist.“ Dies ist die berühmte Devise Galileo Galileis, mit der er nicht nur die moderne Physik, sondern überhaupt exakte Wissenschaft begründete. Am Beispiel der Temperatur zeigte er, was er mit seiner Devise meinte: Mit dem Instrument des Thermometers führte er sie vom Feld des Qualitativen, von Begriffen wie kalt, lau, heiß, in das des Quantitativen, in die Messung von Graden über. Wobei immer zu bedenken ist, dass Messungen nur einen auf Zahlen rückführbaren Aspekt, nie das Ganze des Betrachteten erfassen: Natürlich unterscheiden wir zwischen der anmutsvollen, leichten Last einer Braut, die man über die Schwelle trägt, und der trägen Schwere eines Zementsacks, den man zuvor herbeischleppte, um die Schwelle herzustellen, wiewohl beide die gleiche Masse von 50 Kilogramm aufweisen.

Dennoch verlangt der moderne Mensch wie süchtig danach, möglichst viel mit Zahlen zu beschreiben. Wohl deshalb, weil man die subjektiv gefärbte Schilderung durch die statistisch fundierte, scheinbar objektive Empirie ersetzen möchte, man sich damit in Debatten auf der sicheren Seite wähnt. Dies macht auch nicht vor Wirtschaft und Gesellschaft halt, so zum Beispiel nicht vor den Begriffen „arm“ und „reich“. Wie weit klafft die Schere zwischen arm und reich in einem Gemeinwesen auseinander? Wer diese Frage mit einer Zahl beantworten kann, scheint das entscheidende letzte Wort gesprochen zu haben.

Der italienische Statistiker Corrado Gini hat dazu den entscheidenden Beitrag geleistet. 1912 entdeckte er, wie man eine Maßzahl für die Ungleichverteilung von Einkommen oder Vermögen ermitteln kann. Vorbereitet wurde dies 1905 vom amerikanischen Statistiker Max Otto Lorenz: Ein Koordinatensystem wird nach rechts und nach oben von null bis eins, also von null Prozent bis hundert Prozent skaliert. Von links nach rechts denkt man sich die Haushalte des Staates, links mit den ärmsten beginnend und rechts mit den reichsten endend, aufgelistet. Wenn zum Beispiel, von links beginnend, die ersten 50 Prozent der Haushalte eines Staates über 25 Prozent des gesamten, von allen Haushalten im Staate erwirtschafteten Einkommens verfügen, trägt man über den waagrechten Wert 50 Prozent einen Punkt in der Höhe 25 Prozent ein. Dies führt man für jede der waagrecht genannten Prozentzahlen durch: Über jeder Stelle der waagrechten Skala wird eingezeichnet, wie viele Prozent des von allen Haushalten des Staates erwirtschafteten Geldes die, von links beginnend, bis zu dieser waagrechten Stelle erfassten Haushalte erwirtschaften. So bekommt man in dem nach rechts und nach oben bis eins, also bis hundert Prozent reichenden Quadrat, das unten und links von den beiden Skalen begrenzt ist, die nach Lorenz benannte Kurve.

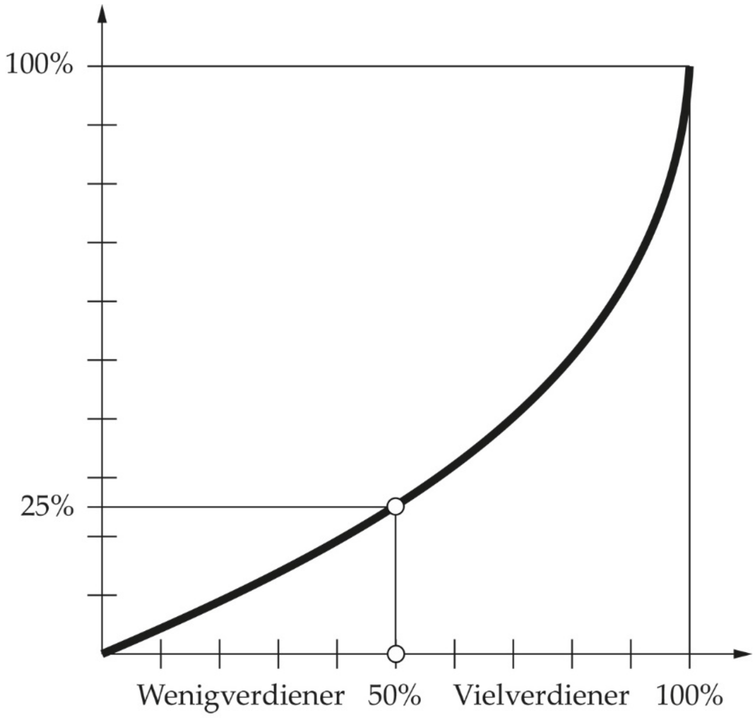

Abb. 1: Eine typische Lorenzkurve. Die (bei steigendem Einkommen) ersten 50% aller Haushalte des Staates erwirtschaften 25% der Summe der im Staat erzielten Einkommen.

Am besten versteht man die Lorenzkurve anhand von sehr einfachen Beispielen: In einem „Marx-Engels-Land“, in dem alle in ihm befindlichen Haushalte exakt das gleiche Geld verdienen, herrscht wie in der kommunistischen Idealvorstellung völlige wirtschaftliche Gerechtigkeit. Es ist klar, dass in einem aus zehn Millionen Haushalten bestehenden Marx-Engels-Land eine Million Haushalte – sie entsprechen waagrecht zehn Prozent – über zehn Prozent des insgesamt erwirtschafteten Geldes verfügt und dass zum Beispiel sieben Millionen Haushalte – sie entsprechen waagrecht siebzig Prozent – über siebzig Prozent des insgesamt erwirtschafteten Geldes verfügen. Mit anderen Worten: So weit, wie man auf der waagrechten Achse nach rechts geht, so weit muss man an dieser Stelle auch nach oben den Punkt der Lorenzkurve eintragen. Hieraus folgt, dass im Marx-Engels-Land die Lorenzkurve die von links unten nach rechts oben führende Diagonale des Quadrats ist.

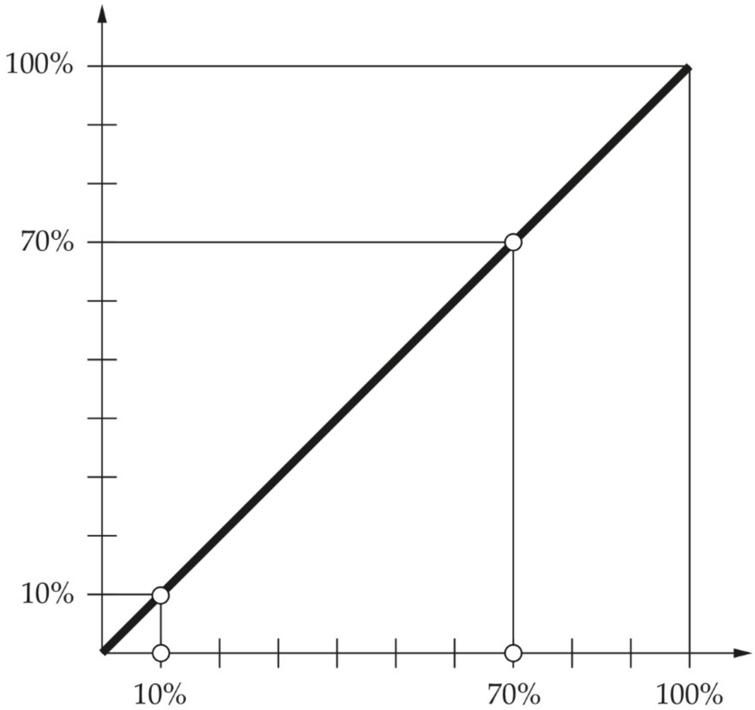

Abb. 2: Die Lorenzkurve des Marx-Engels-Landes

Im „Krösus-Land“ hingegen beziehen bis auf einen einzigen alle übrigen der dort anwesenden Haushalte überhaupt kein Einkommen. Bis auf den Haushalt des einzigen Plutokraten des Krösus-Landes leben alle sprichwörtlich von der Hand in den Mund. Der Plutokrat hingegen steckt alles, was im Krösus-Land erwirtschaftet wird, in seinen Geldspeicher. Darum bleibt bis ganz knapp vor dem rechten Ende die Lorenzkurve im Krösus-Land waagrecht auf dem Nullniveau. Aber zum Schluss kommt der Haushalt des Plutokraten hinzu, und die Lorenzkurve schnellt auf hundert Prozent in die Höhe.

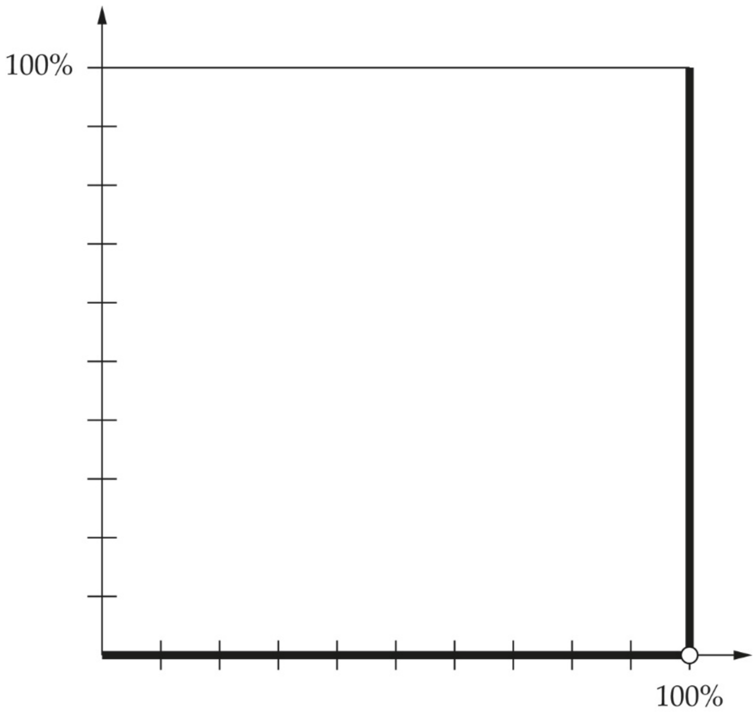

Abb. 3: Die Lorenzkurve des Krösus-Landes

Jede Lorenzkurve beginnt im Quadrat links unten, weil null Haushalte klarerweise nichts verdienen. Und sie muss immer im Quadrat rechts oben enden, denn hundert Prozent aller Haushalte verdienen offenkundig hundert Prozent des gesamten von allen Haushalten erwirtschafteten Geldes. Weil wir uns die Haushalte von links nach rechts vom ärmsten bis zum reichsten mit steigendem Wohlstand aufgelistet denken, wird die Lorenzkurve immer ansteigen und nach oben gekrümmt sein. Sie wird daher immer unterhalb der von links unten nach rechts oben weisenden Diagonale des Quadrats zu liegen kommen. Nur bei der strikten Gleichverteilung des Marx-Engels-Landes stimmt sie exakt mit dieser Diagonale überein.

Das Wesentliche an ihr aber ist: Je stärker sich die Kurve nach unten wölbt, umso größer ist die Ungleichheit in der Einkommensverteilung der Bevölkerung. Weil jede Lorenzkurve oberhalb des von der unteren und rechten Quadratseite gebildeten Hakens liegt, der mit der Lorenzkurve des Krösus-Landes übereinstimmt, ist eben im Krösus-Land diese Ungleichheit am markantesten.

Gini schlug vor, die Größe jener Fläche, die sich zwischen der Lorenz-Kurve und der Diagonalen erstreckt, als Maß für die Ungleichheit in der Einkommensverteilung heranzuziehen. Gini vergleicht diese Fläche mit der Gesamtfläche des Dreiecks, das die Lorenzkurven des Krösus-Landes und des Marx-Engels-Landes begrenzen. In diesem Dreieck bewegen sich nämlich alle denkbaren Lorenzkurven.

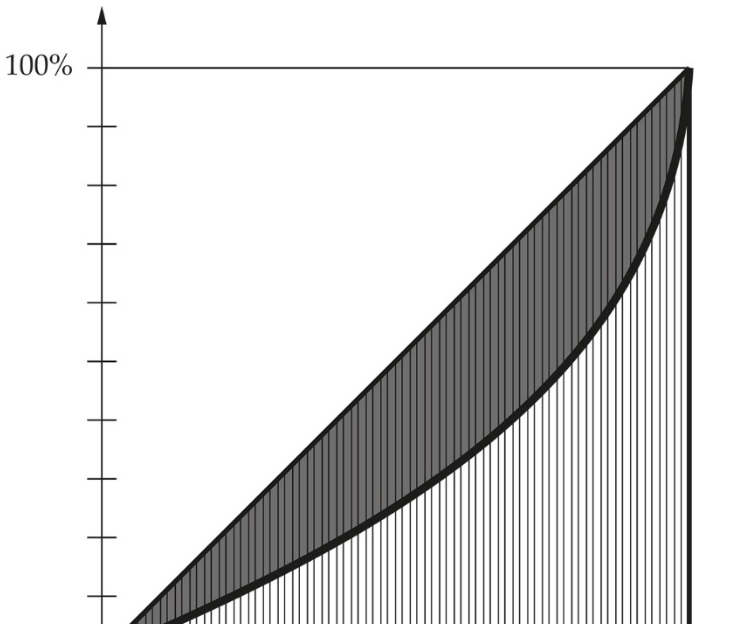

Abb. 4: Der Gini-Koeffizient ist das Verhältnis des Inhalts der grauen Fläche zu jenem der schraffierten Fläche.

Grob gesprochen kann man sagen: Der Gini-Koeffizient ist ein Maß für die Ungleichheit bei der Einkommensverteilung in einem Staat. Es handelt sich bei ihm um einen Zahlenwert zwischen null und eins. Je näher er bei null liegt, umso gleichverteilter ist das Gesamteinkommen auf die Bevölkerung aufgeteilt. Je näher er bei eins liegt, umso weiter ist in diesem Staat die Schere zwischen arm und reich aufgespannt. Das Marx-Engels-Land hat exakt null als Gini-Koeffizienten, das Krösus-Land praktisch genau eins. Skandinavische

Staaten haben im allgemeinen kleine Gini-Koeffizienten in der Größenordnung unter 0,3. In der Europäischen Union sind Gini-Koeffizienten zwischen 0,25 und 0,35 die Regel. Bei den Vereinigten Staaten beträgt der Gini-Koeffizient etwa 0,45. Länder wie Lesotho, Botswana oder Namibia mit Gini-Koeffizienten von mehr als 0,6 befinden sich am anderen Ende der Skala.

Erste Anmerkung: Das Dilemma zwischen Einkommen und Vermögen

Die bisher beschriebenen Lorenzkurven und Gini-Koeffizienten betrafen die Einkommen, die von den Haushalten der Staaten Jahr für Jahr erwirtschaftet werden. Genauso kann man bei den Vermögen der Haushalte vorgehen. Allerdings ist in diesem Fall der Messprozess mit erheblichen Unwägbarkeiten verbunden. Schon wie Vermögenswerte, zu denen neben dem noch leicht einzustufenden Geld- und Anlagewerten auch Grund und Boden, Immobilien, Firmen und Unternehmen, Kunstwerke und Schmuck sowie anderes mehr zählen, quantitativ zu fassen sind, ist nicht einfach. Die Erhebungsverfahren sind in den einzelnen Ländern unterschiedlich, Vergleiche darum nur mit großen Vorbehalten zu ziehen.

Tatsächlich sind die Gini-Koeffizienten in den meisten Staaten bei der Vermögensverteilung bemerkenswert größer als jene der Einkommensverteilung. Das Credit Suisse – Global Wealth Databook 2019 nennt die Slowakei mit knapp 0,5 als jenes Land, mit dem kleinsten Gini-Koeffizienten in der Vermögensverteilung, Belgien mit 0,6 hebt sich in seiner Kleinheit von den benachbarten Niederlanden mit dem größten gemessenen Wert von über 0,9 drastisch ab. Österreich liegt mit 0,74 im Mittelfeld. Ferner ist bemerkenswert, dass Schweden mit fast 0,87 allein von den Niederlanden in der EU übertrumpft wird und sich mit Russland und den Vereinigten Staaten von Amerika auf annähernd gleicher Höhe befindet.

Es ist von soziologischem, von politischem und von wirtschaftlichem Interesse, die markanten Unterschiede der Gini-Koeffizienten von Einkommens- und Vermögensverteilung eines Staates wahrzunehmen, nach deren Ursachen zu forschen und zu erwägen, zu welchen Auswirkungen sie führen, ob sie beibehalten oder verändert werden sollen und welche Maßnahmen dies bewirken.

Zweite Anmerkung: Das Gerechtigkeitsparadoxon

Lautet der Gini-Koeffizient exakt null, liegt der Fall des Marx-Engels-Landes vor, lautet er exakt eins, liegt der Fall des Krösus-Landes vor. In diesen beiden Grenzfällen gibt es jeweils nur eine einzige Lorenzkurve, die einem dieser beiden Extremwerte des Gini-Koeffizienten entspricht. Sonst jedoch können mehrere Lorenzkurven zum gleichen Gini-Koeffizienten führen.

Dies stimmt sogar dann, wenn eine sehr einfach strukturierte Lorenzkurve dadurch entsteht, dass zwei Strecken aneinandergefügt werden. Die linke Strecke beginnt beim linken unteren Eckpunkt des Quadrats, steigt schwach an und symbolisiert die „Geringverdiener". An sie heftet sich die rechte, stark ansteigende Strecke, die schließlich beim oberen rechten Eckpunkt des Quadrats endet und für die „Vielverdiener" steht. Es liegt mit anderen Worten ein „Micky-Maus-Land" vor, in dem es nur zwei Arten von Haushaltseinkommen gibt: jenes der Geringverdiener und jenes der Vielverdiener, und bei beiden ist das jeweilige Einkommen immer gleich groß. Wie viele Prozent der Haushalte jene der Geringverdiener sind, geometrisch: bis zu welcher Prozentzahl oberhalb der waagrechten Achse die schwach ansteigende Strecke reicht, um dann in einem Knick von der stark ansteigenden Strecke abgelöst zu werden, kann bei einem vorgegebenen Gini-Koeffizienten immer noch variieren: Mindestens so groß wie dieser Gini-Koeffizient muss diese Prozentzahl sein, aber jeder größere Wert bis hin zu eins, also zu hundert Prozent, ist für die Position des Knicks möglich.

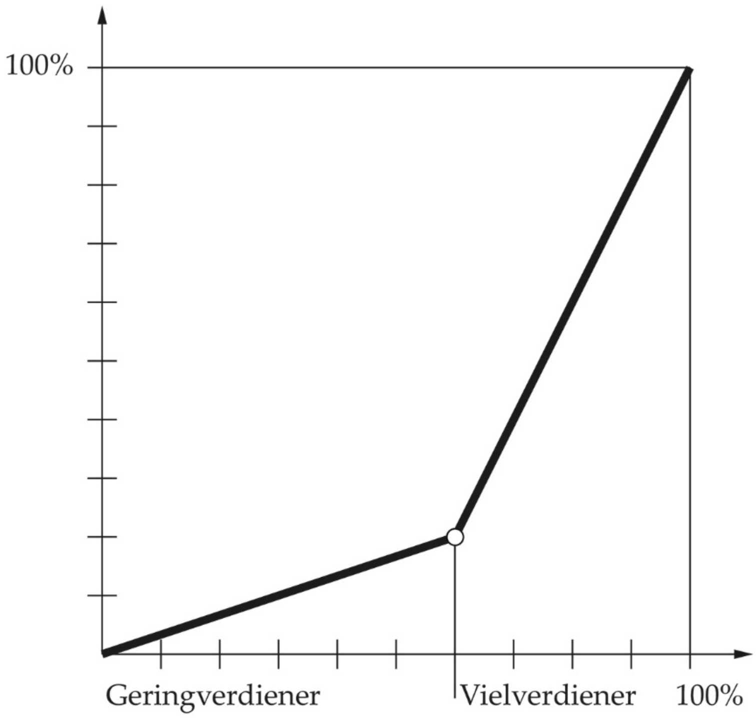

Abb. 5: Im Micky-Maus-Land gibt es nur Geringverdiener und Vielverdiener; in beiden Gruppen sind die Einkommen gleich.

Am besten verdeutlicht diese Situation ein typisches Beispiel: Der Gini-Koeffizient des betrachteten Micky-Maus-Landes beträgt 0,33, also ziemlich genau ein Drittel – dies ist jener Wert, dem der Gini-Koeffizient von Österreich recht nahe kommt. Zwei mögliche Lorenzkurven, die zum Gini-Koeffizienten 0,33 passen, sehen folgendermaßen aus:

Bei der einen Lorenzkurve sind nur 33 Prozent aller Haushalte Geringverdiener. Allerdings sind diese bettelarm, sie verdienen gar nichts, leben buchstäblich von Almosen. Dafür besitzen die restlichen 67 Prozent der Haushalte der Vielverdiener ein eher ansehnliches Einkommen, denn die nun anschließende Strecke der Lorenzkurve steigt mit Anstieg $^3/_2$, also mit einem Anstiegswinkel von über 56 Grad von der unteren Quadratseite zum rechten oberen Eckpunkt des Quadrats.

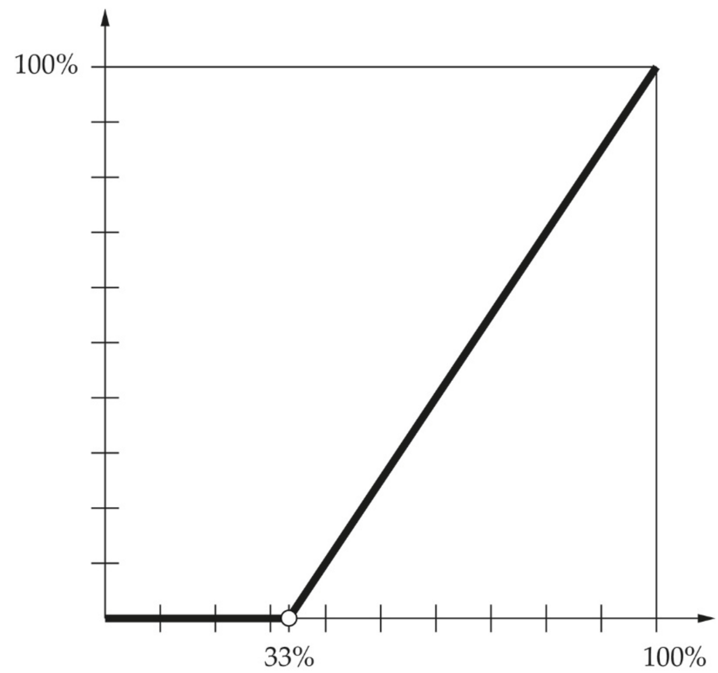

Abb. 6: Eine Lorenzkurve mit Gini-Koeffizienten $^1/_3$. In diesem Staat beziehen 33% aller Haushalte kein Einkommen.

Bei der anderen Lorenzkurve sind mehr als 99 Prozent aller Haushalte Geringverdiener, doch haben sie alle ein erträgliches Einkommen, das die fast bis zur rechten Quadratseite reichende linke Strecke der Lorenzkurve symbolisiert. Sie erstreckt sich vom linken unteren Eckpunkt des Quadrats mit Anstieg $^2/_3$, also mit einem Anstiegswinkel von mehr als 33 Grad fast bis zur rechten Quadratseite. Von da an beginnt die fast senkrechte Strecke, die für das sehr hohe Einkommen der wenigen Vielverdiener dieses Micky-Maus-Landes steht. Es gibt mit anderen Worten sehr wenige, höchstens eine Handvoll Vielverdiener, regelrechte Krösusse, die unter sich ein Drittel des gesamten im Micky-Maus-Land verteilten Einkommens aufteilen.

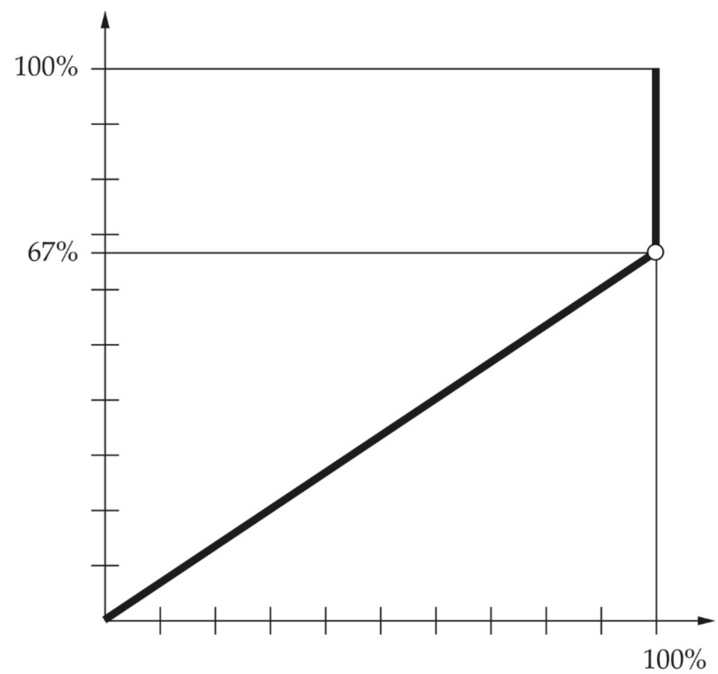

Abb. 6: Eine Lorenzkurve mit Gini-Koeffizienten $^1/_3$. In diesem Staat beziehen sehr wenige Haushalte 33% der Summe aller Einkommen.

Vom Standpunkt derer aus betrachtet, die das Wort „soziale Gerechtigkeit“ als Leitfaden ihres politischen Denkens erachten, ist die zweitgenannte Lorenzkurve mit einem erträglichen Einkommen für fast alle Haushalte des Micky-Maus-Landes der erstgenannten Lorenzkurve, bei der ein Drittel aller Haushalte überhaupt kein Einkommen bezieht, offenkundig zu bevorzugen. Wobei, und dieser Effekt stellt ein *Gerechtigkeitsparadoxon* dar, in Kauf genommen werden muss, dass es bei dieser zweitgenannten Lorenzkurve eine sehr kleine Schicht von Vielverdienern mit sehr hohen Einkommen gibt, während bei der erstgenannten Lorenzkurve eine sehr breite Schicht von Vielverdienern mit eher ansehnlichen, aber keineswegs so hohen Einkommen vorliegt.

Dritte Anmerkung: Die Falle der Bürokratie

Das Gerechtigkeitsparadoxon wird offensichtlich bei sehr kleinen Gini-Koeffizienten abgemildert und sogar völlig eliminiert, wenn man im Marx-Engels-Land mit dem Gini-Koeffizienten null lebt. Verfechter der „sozialen Gerechtigkeit“ sollten, so scheint es, das Marx-Engels-Land als Ziel anstreben.

Hierbei ist allerdings zu bedenken, dass es einer Planwirtschaft, also rigoroser staatlicher Maßnahmen bedarf, um dieses Ziel des Marx-Engels-Landes erreichen zu können. Die gesamte aus der Produktivität seiner Bürger im Staate erzielten Gewinne sind zentral zu sammeln und danach gleichmäßig auf die Bürger zu verteilen – unabhängig davon, ob sie, und wenn ja, wie viel sie und woran sie arbeiten: Arbeitslose beziehen das gleiche Einkommen wie Teilzeitbeschäftigte und das gleiche Einkommen wie Beschäftigte mit Überstunden. Und ob diese Beschäftigung aus lächerlich einfachen oder aus körperlich anstrengenden oder aus geistig fordernden Arbeitsweisen besteht, und wie sehr sie zur Erhöhung der Produktivität beiträgt, spielt keine Rolle.

Eine derart durchgreifende Entkoppelung von Leistung und Zuweisung finanzieller Mittel ist in jeglicher Hinsicht völlig unrealistisch. Selbst wenn die meisten für ein gutes Leben nötigen Arbeiten von Maschinen durchgeführt werden könnten und menschliche Arbeit allein wegen ihres Selbstzwecks oder der Erbauung der eigenen Persönlichkeit verrichtet würde, stünde die oben beschriebene Entkoppelung dem Wesen des Menschen diametral entgegen. Sie müsste von einer nur diesem Ziele gewidmeten *Bürokratie* Tag für Tag aufs Neue erzwungen werden.

Der sich daraus ergebende Nachteil ist schwerwiegend: Da einerseits kein Ansporn zu einer über das staatlich verlangte Maß zu erbringenden Leistung vorliegt und andererseits die Bürokratie selbst ungeheure Kosten verursachen würde, ohne dass sich durch sie die Produktivität des Staates vergrößerte, sänke die Summe der von allen Haushalten des Marx-Engels-Landes erwirtschaftete Einkommen dramatisch in die Tiefe. Diese logisch zwingende Konsequenz erfuhren die Entscheidungsträger der kommunistisch regierten Sowjetunion und ihrer Satrapen bei ihren Experimenten, mit bürokratisch verwalteter Planwirtschaft ihrem Ziel der Erschaffung des Marx-Engels-Landes nahezukommen.

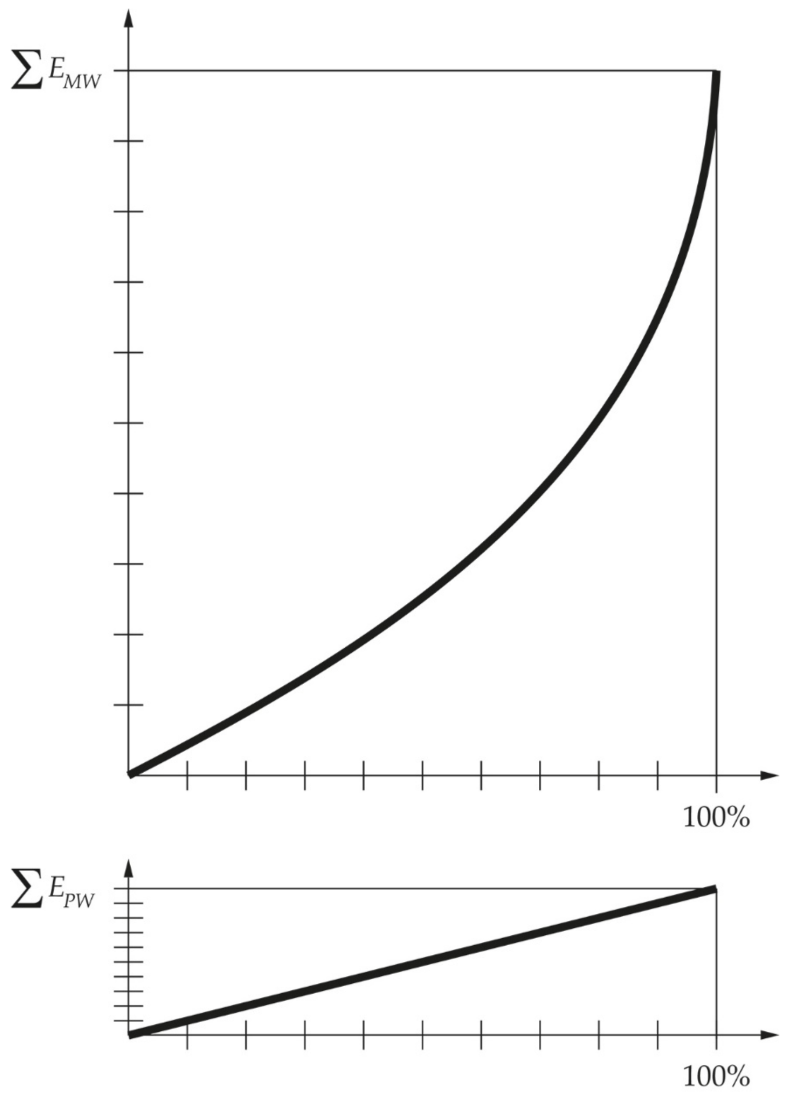

Abb.9: Oben eine nach unten gewölbte Lorenzkurve, wobei senkrecht die *S*umme der *m*arkt*w*irtschaftlich erzielten *E*inkommen skaliert ist. Unten die Lorenzkurve eines Marx-Engels-Landes, wobei senkrecht die *S*umme der *plan**w*irtschaftlich erzielten *E*inkommen skaliert ist,

Die bisher betrachteten Bilder von Lorenzkurven waren stets in einem Quadrat eingefügt, weil die Maßzahlen entlang der waagrechten und entlang der senkrechten Achse immer Prozentzahlen waren. Damit bleibt unberücksichtigt, wie groß – wir beschränken uns wie schon zuvor auf Lorenzkurven von Einkommen – das gesamte von allen Haushalten eines Staates erwirtschaftete Einkommen tatsächlich ist. Würde man entlang der senkrechten Achse nicht nach Prozentzahlen sondern nach Geldbeträgen skalieren, reichte die senkrechte Skala nicht von null bis hundert Prozent, sondern von null bis zur Summe der Haushaltseinkommen des Staates. Aus dem Quadrat entstünde ein Rechteck, dessen Höhe je nachdem variiert, wie viel im betrachteten Staates erwirtschaftet wird. In einem marktwirtschaftlich liberal geführtem Staate mit einer Lorenzkurve, die sich ziemlich unterhalb der von links unten nach rechte oben reichenden Diagonale des Rechtecks wölbt, ragt dieses Rechteck erheblich weiter in die Höhe als wäre dieser Staat ein Marx-Engels-Land, bei dem die Lorenzkurve mit der von links unten nach rechte oben reichenden Diagonale des Rechtecks übereinstimmt. Dieses Rechteck ist dabei so schmal, dass diese Diagonale nur einen mickrigen Anstieg besitzt. Im Allgemeinen wird – bezogen auf die betrachteten Rechtecke – die Lorenzkurve in einem marktwirtschaftlich liberal geführten Staate sogar schon bei den Allerärmsten, jedenfalls bereits nach wenigen Prozenten rechts von null mit ihrem wachsenden Anstieg über den mickrigen Anstieg der Diagonalen im schmalen Rechteck hinauswachsen, das vorläge, herrschte in diesem Staate Planwirtschaft.

So gesehen bewahrheitet sich auch beim Gini-Koeffizienten das, was zu Beginn allgemein über Messungen gesagt wurde: sie erfassen stets nur einen Aspekt, nie das Ganze des Betrachteten.

Mathematischer Anhang

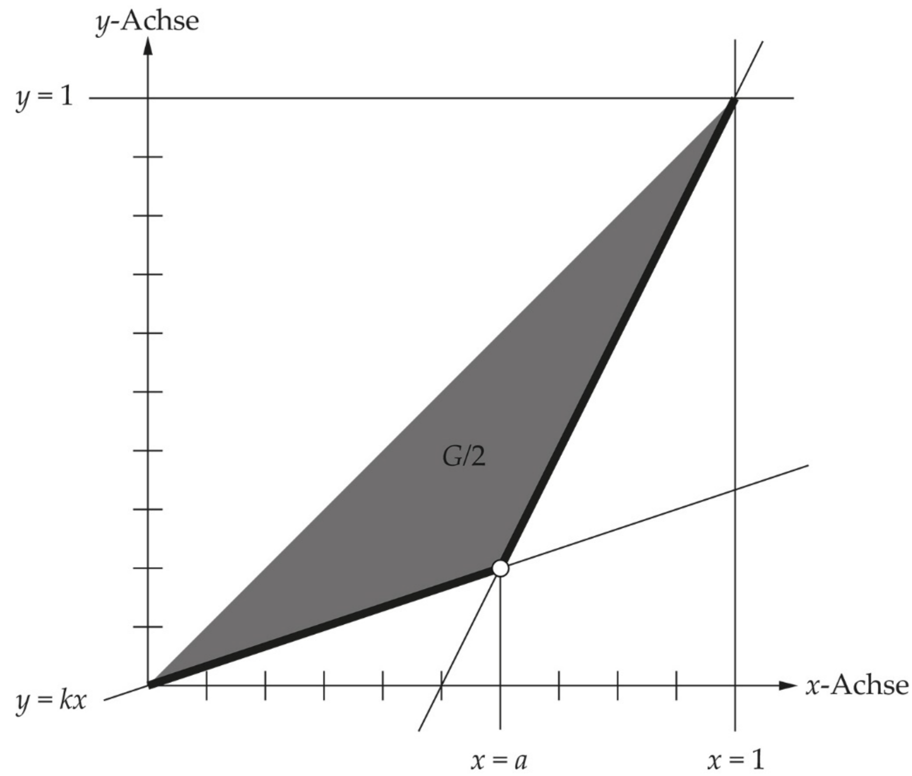

Abb. 9: Lorenzkurve in einem Micky-Maus-Land mit Gini-Koeffizienten *G*. Weil *G* das Verhältnis des Inhalts der grauen Fläche zu dem der halben Fläche des Quadrats ist, beträgt der Flächeninhalt der grauen Fläche *G*/2 .

Die sehr einfache Lorenzkurve eines Micky-Maus-Landes, in dem es nur zwei Typen von Haushalten, jene der Geringverdiener und jene der Vielverdiener gibt, lässt sich durch

$$y = \begin{cases} kx \quad \text{für} \quad 0 \le x \le a \\ \\ x + a \cdot \dfrac{1-k}{1-a}(x-1) \quad \text{für} \quad a \le x \le 1 \end{cases}$$

erfassen. Geht man davon aus, dass der Gini-Koeffizient in diesem Micky-Maus-Land den konstanten Wert *G* besitzt, zieht man aus der sich daraus ergebenden Beziehung

$$\frac{1-G}{2} = \int_0^a kx\,\mathrm{d}x + \int_a^1 \left(x + a \cdot \frac{1-k}{1-a}(x-1)\right)\mathrm{d}x$$

nach höchst elementaren Umformungen die Folgerung

$$G = a \cdot (1 - k)$$

Aus ihr ergibt sich für die Abszisse a des Knicks der Lorenzkurve die Bedingung

$$a \geq G$$

Ist sie erfüllt, bekommt man mit

$$k = 1 - \frac{G}{a}$$

den Anstieg k des linken Streckenteils dieser Lorenzkurve.